

# MODELACION FÍSICA DE VERTEDERO DE EXCEDENCIAS- PRESAS PAMPALARAMA Y CHACALTAYA

Guillermo Manrique Gutiérrez <sup>1</sup> , Mario Perez<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ingeniero Civil

<sup>1</sup>Especialista en Hidráulica e Hidrología

<sup>1</sup>Fondo Nacional de Inversión Productiva y Social

<sup>1</sup>[gmanrique@fps.gob.bo](mailto:gmanrique@fps.gob.bo), [guillermo.manrique.g@gmail.com](mailto:guillermo.manrique.g@gmail.com).

<sup>2</sup>Ingeniero Civil

<sup>2</sup>Especialista en presas

<sup>2</sup>Empresa BAC Engineering Consultancy Group

<sup>2</sup>[mario\\_P\\_C@hotmail.com](mailto:mario_P_C@hotmail.com), [ing\\_mario\\_p\\_c@yahoo.es](mailto:ing_mario_p_c@yahoo.es)

## RESUMEN

El presente trabajo muestra los resultados de la modelación física de los vertederos de excedencias de las presas Chacaltaya y Pampalarama, mismas que están en actual construcción, el objetivo de realizar estos modelos físicos es la verificación del funcionamiento hidráulico de los vertederos antes de su construcción. Se indica el procedimiento que se sigue para el análisis de semejanza hidráulica, la calibración de los vertederos y la fórmula que se ha obtenido para cada caso, adicionalmente presenta algunas conclusiones y recomendaciones producto de las observaciones al modelo físico bajo diferentes condiciones (variaciones de caudal), estas conclusiones han servido para proponer un rediseño del vertedero en el caso de Chacaltaya y para confirmar el diseño del vertedero en el caso de Pampalarama.

**Palabras clave:** Modelación física, vertedero de excedencias, presa.

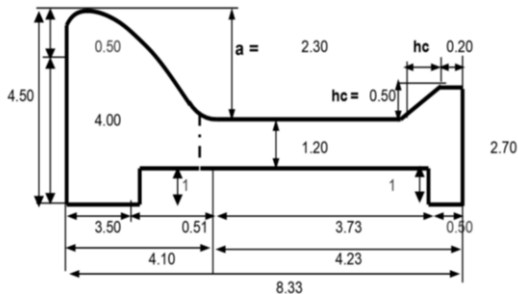


Fig.1 Esquema Vertedero



Foto 1 Mediciones Presa Pampalarama

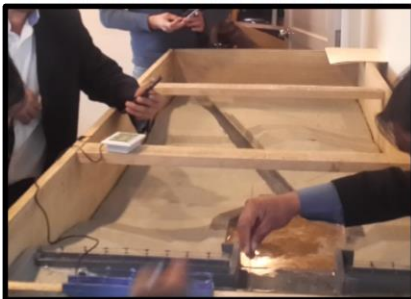


Foto 2 Mediciones vertedero



Foto 3 Mediciones vertedero

## 1. INTRODUCCIÓN

Debido a la situación de emergencia presentada por la escasez de agua en la ciudad de La Paz durante la gestión 2016 originadas principalmente por el efecto del cambio climático y el incremento de población, El Gobierno Nacional ha instruido al Fondo Nacional de Inversión Productiva y Social FPS, en coordinación con el Ministerio de Medio Ambiente y Agua MMAyA y EPSAS, la ejecución inmediata de tres presas en la cabecera del río Choqueyapu en la localidad de Khaluyo, la presa Chacaltaya, Pampalarama y Alpaquita. Para este fin se ha contrato a empresas multidisciplinarias que realicen el diseño y la construcción, así también se ha contratado una supervisión para el control de calidad de la obra. Como parte de los servicios de Supervisión la empresa ha propuesto la construcción de dos modelos físicos para la verificación hidráulica de los vertederos de excedencias de las presas Chacaltaya y Pampalarama. El propósito de este trabajo es mostrar los resultados de esta modelación y sus aplicaciones prácticas en la construcción de estas obras. En este trabajo se explica también la teoría de modelación física y semejanza hidráulica, la metodología para calibrar un vertedero de excedencias y finalmente se presenta algunos resultados referentes a la calibración del vertedero y las conclusiones con respecto a los diseños de estos vertederos derivados de esta modelación física.

## 2. MATERIALES Y METODO

### MATERIALES:

Los materiales empleados son los siguientes:

- Mesa soporte del modelo: Policarbonato, con perfiles de aluminio
- Maqueta de topografía de la presa: Preformo, para simular a escala las curvas de nivel, manta impermeable, pintado con recuplast, encima roseado con granos de arenilla en la zona de los taludes.
- Canal del vertedero: PVC
- Tuberías, mangueras y accesorios: PVC, de ½ " de diámetro
- Tanque de almacenamiento: Tanque plástico de 3 litros, graduado cada litro, con adaptaciones de ingreso y salida de agua
- Recirculación: Con un desagüe de PVC y una bomba de agua

- Sistema eléctrico: Bomba Little GIANT, con capacidad de 1.7 a 2.7 gpm, un tomacorriente, cable N° 14 y un enchufe

### ANÁLISIS DIMENSIONAL Y SEMEJANZA HIDRÁULICA:

Los modelos hidráulicos pueden ser modelos verdaderos o modelos distorsionados. Para ser modelo verdadero se debe cumplir con la semejanza geométrica, semejanza cinemática y semejanza dinámica.

#### SEMEJANZA GEOMÉTRICA

Existe semejanza geométrica cuando las relaciones entre todas las dimensiones correspondientes u homologas en el modelo y prototipo son iguales:

$$\frac{L_{\text{modelo}}}{L_{\text{prototipo}}} = L_{\text{relación}}$$

$$\frac{\text{Area}_{\text{modelo}}}{\text{Area}_{\text{prototipo}}} = \frac{L_{\text{modelo}}^2}{L_{\text{prototipo}}^2} = L_{\text{relación}}^2 = L_r^2$$

#### SEMEJANZA CINEMÁTICA

Existe semejanza cinemática si las trayectorias de las partículas móviles son geoméricamente semejantes y si las relaciones entre las velocidades de las partículas también son homólogas

Velocidad:

$$\frac{V_m}{V_p} = \frac{L_m/T_m}{L_p/T_p} = \frac{L_r}{T_r}$$

Aceleración:

$$\frac{a_m}{a_p} = \frac{L_m/T_m^2}{L_p/T_p^2} = \frac{L_r}{T_r^2}$$

Caudal:

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{L_m^3/T_m}{L_p^3/T_p} = \frac{L_r^3}{T_r}$$

#### SEMEJANZA DINÁMICA

Considerando que para este trabajo no se ha tomado en cuenta relaciones de fuerzas, no se llegó a una semejanza dinámica, sin embargo, se explica en resumen esta semejanza.

Existe semejanza dinámica si la relación entre las fuerzas son homólogas entre el modelo y prototipo. Las fuerzas que actúan pueden ser cualquiera de las siguientes o sus combinaciones:

$F_g$	Fuerzas de gravedad	$F_g = m \cdot g = \rho L^3 g$
$F_p$	Fuerzas de presión	$F_p = A \cdot \Delta p = \Delta p L^2$
$F_\mu$	Fuerzas de viscosidad	$F_\nu = \mu \frac{dv}{dy} A = \mu \frac{v}{L} L^2 = \mu v L = \rho \nu v L$
$F_E$	Fuerzas debidas a la elasticidad (compresibilidad)	$F_E = E \cdot A = E \cdot L^2$
$F_\sigma$	Fuerzas debidas a la tensión superficial	$F_\sigma = \sigma L$
$F_I$	Fuerzas de inercia	$F_I = m \cdot a = \rho L^3 \frac{L}{T^2} = \rho L^4 T^{-2} = \rho v^2 L^2$

- Relación entre fuerzas de inercia (Ecuación Newtoniana-Ley general de la semejanza):

$$Fr = \frac{Fuerza_{modelo}}{Fuerza_{prototipo}} = \frac{M_m a_m}{M_p a_p} = \frac{\rho_m L_m^3}{\rho_p L_p^3} \times \frac{L_r}{T_r^2}$$

$$Fr = \rho_r L_r^2 \left(\frac{L_r}{T_r}\right)^2 = \rho_r L_r^2 Vel_r^2 = \rho_r A_r Vel_r^2$$

- Relación de las fuerzas de inercia a las de presión (número de Euler):

$$\frac{F_{inercia}}{F_{presión}} = \frac{Ma}{PA} = \frac{\rho L^3 \frac{L}{T^2}}{PL^2} = \frac{\rho L^4 \left(\frac{Vel^2}{L^2}\right)}{PL^2} = \frac{\rho L^2 Vel^2}{PL^2}$$

$$\frac{F_{inercia}}{F_{presión}} = \frac{\rho Vel^2}{P}$$

- Relación de las fuerzas de inercia a las viscosas (número de Reynolds):

$$\frac{F_{inercia}}{F_{viscosas}} = \frac{Ma}{\tau A} = \frac{\rho L^3 \frac{L}{T^2}}{\mu \left(\frac{dVel}{dy}\right) A} = \frac{\rho L^2 Vel^2}{\mu \left(\frac{Vel}{L}\right) L^2}$$

$$\frac{F_{inercia}}{F_{viscosas}} = \frac{\rho L Vel}{\mu}$$

- Relación de las fuerzas de inercia a las gravitatorias:

$$\frac{F_{inercia}}{F_{gravitatorias}} = \frac{Ma}{Mg} = \frac{\rho L^2 Vel^2}{\rho L^3 g} = \frac{Vel^2}{Lg}$$

$$Numero\ de\ Froude = \frac{Vel}{\sqrt{Lg}}$$

- Relación de las fuerzas de inercia a la de la tensión superficial:

$$\frac{F_{inercia}}{F_{ten.sup}} = \frac{Ma}{\sigma L} = \frac{\rho L^2 Vel^2}{\sigma L} = \frac{\rho Vel^2}{\sigma}$$

$$Numero\ de\ Weber = \frac{\rho L Vel^2}{\sigma}$$

En los problemas comunes de la hidráulica se utiliza solamente la influencia de cada una por separado.

Para entender las relaciones anteriores, se presenta a continuación un resumen de las relaciones utilizadas:

Magnitud física	Dimensión	Ley de semejanza adoptada			
		Froude	Reynolds	Weber	Match
Longitud	L	$\lambda$	$\lambda$	$\lambda$	$\lambda$
Area	$L^2$	$\lambda^2$	$\lambda^2$	$\lambda^2$	$\lambda^2$
Volumen	$L^3$	$\lambda^3$	$\lambda^3$	$\lambda^3$	$\lambda^3$
Tiempo	T	$\sqrt{\lambda}$	$\lambda^2$	$\lambda$	$\sqrt{\lambda^3}$
Velocidad	$LT^{-1}$	$\sqrt{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$	1	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$
Aceleración	$LT^{-2}$	1	$\frac{1}{\lambda^3}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Caudal	$L^3 T^{-1}$	$\sqrt{\lambda^5}$	$\lambda$	$\lambda^3$	$\sqrt{\lambda^3}$
Presión	$ML^{-1} T^{-2}$	$\lambda$	$\frac{1}{\lambda^2}$	1	$\frac{1}{\lambda}$
Energía	$ML^2 T^{-2}$	$\lambda^4$	$\lambda$	$\lambda^3$	$\lambda^2$
Fuerza	$MLT^{-2}$	$\lambda^3$	1	$\lambda^2$	$\lambda$

**RELACION DE TIEMPOS**

$$T_r = \frac{L_r^2}{v_r} = \sqrt{\frac{L_r}{g_r}} = \sqrt{L_r^3 \frac{P_r}{\sigma_r}} = \frac{L_r}{\sqrt{\frac{E_r}{\rho_r}}}$$

**CALIBRACIÓN DEL VERTEDERO DE EXCEDENCIAS**

El caudal que pasa sobre un vertedero se determina por la siguiente relación:

$$Q = CLH^{3/2}$$

- Q: Caudal (m<sup>3</sup>/s)
- C: Coeficiente de descarga en un vertedero
- H: Altura de agua por encima de un vertedero (m)

Para determinar el valor del coeficiente de descarga del vertedero, se debe realizar diversas mediciones del caudal que pasa por el vertedero y la altura que alcanza el agua por encima de la cresta del vertedero. Con estos valores se tendrá una serie de pares de valores de caudal y altura, a la cual se le aplicó una correlación lineal para ajustar los datos a una curva. Una vez ajustada la curva se determinó el coeficiente de descarga del vertedero.

Para la correlación se utilizó el método de los mínimos cuadrados con las siguientes formulas:

$$H = c * Q^n$$

$$a = \frac{n(\sum x_i y_i) - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{(\sum y_i) - a(\sum x_i)}{n}$$

Donde:

H: Altura de carga (m)

C: Coeficiente de descarga del vertedero

Q: Caudal (m<sup>3</sup>/s)

a=n: Coeficiente a determinar

b=log(c)

N: Número de datos experimentados

Xi: Log (Q), logaritmo en base 10 del caudal

Yi: Log (H), logaritmo en base 10 de la altura

### 3. RESULTADOS

#### ESCALA DEL MODELO

Se definió la escala del modelo de acuerdo al espacio disponible y al nivel de precisión en la medición:

- Vertedero Presa Chacaltaya 1:250
- Vertedero Presa Pampalarama 1:50



Foto 4 Vertedero de excedencias Presa Chacaltaya



Foto 5 Salida del vertedero Presa Chacaltaya



Foto 6 Vertedero de excedencias Presa Pampalarama



Foto 7 Vertedero de excedencias Presa Pampalarama

**SEMEJANZA GEOMÉTRICA**

Relación del Ancho del vertedero: 4cm en el modelo y 10 m en el prototipo (tamaño real):

$$L_{relación} = \frac{L_{modelo}}{L_{prototipo}} = \frac{0.04}{10} = 0.004 = \frac{1}{250}$$

$$L_r = \frac{1}{250}$$

$$\gamma_r L_r^3 = \rho_r L_r^3 \frac{L_r}{T_r^2}$$

Despajando la relación de tiempos:

$$T_r^2 = L_r \frac{\rho_r}{\gamma} = \frac{L_r}{g_r}$$

Reemplazando este valor en la relación de caudales:

$$Q_r = \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{L_r^3}{T_r} = \frac{L_r^3}{\sqrt{\frac{L_r}{g_r}}}$$

**SEMEJANZA CINEMÁTICA**

Cuando únicamente influye la gravedad y la inercia, se puede demostrar que la relación de caudales  $Q_r$  en el modelo y el prototipo es la siguiente:

$$Q_r = L_r^{5/2}$$

Demostración:

La relación de caudales de modelo a prototipo será:

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{\frac{L_m^3}{T_m}}{\frac{L_p^3}{T_p}} = \frac{L_r^3}{T_r}$$

Las relaciones de las fuerzas de gravedad e inercia son:

Gravedad:

$$\frac{F_m}{F_p} = \frac{W_m}{W_p} = \frac{\gamma_m V_m}{\gamma_p V_p} = \frac{\gamma_m L_m^3}{\gamma_p L_p^3} = \gamma_r L_r^3$$

Inercia:

$$\frac{F_m}{F_v} = \frac{M_m a_m}{M_v a_v} = \frac{\rho_m L_m^3 \frac{L_r}{T_r^2}}{\rho_m L_p^3 \frac{L_r}{T_r^2}} = \rho_r L_r^3 \frac{L_r}{T_r^2}$$

Igualando las relaciones de fuerzas de gravedad e inercia:

$$F_r(\text{gravedad}) = F_r(\text{inercia})$$

Considerando que la relación de gravedad es la misma para modelo y prototipo:

$$\frac{g_m}{g_p} = g_r = 1$$

Reemplazando este valor en la anterior ecuación, se tiene:

$$Q_r = \frac{Q_m}{Q_p} = L_r^{5/2}$$

Con esta relación se determinó el caudal para el modelo físico, considerando que el caudal real de diseño en la presa es de 15.40 m<sup>3</sup>/s (de acuerdo a la hidrología del estudio), el caudal que se dispuso para el modelo fue:

$$Q_m = Q_r L_r^{5/2} = 15.40 \left(\frac{1}{250}\right)^{5/2}$$

$$Q_m = 0.0000156 \frac{m^3}{s} = 0.0156 \frac{\text{litros}}{s}$$

$$Q_m = 0.935 \frac{\text{litros}}{\text{min}} = 0.247 \text{ gpm}$$

**CALIBRACIÓN DEL VERTEDERO DE EXCEDENCIAS**

**VERTEDERO PRESA CHACALTAYA**

Mediciones realizadas en el modelo físico:

Nº de Ensayos	Tiempo (min)	Q medido (l/s)	H medido (cm)
1	131.72	0.000479	0.8
2	135.575	0.000465	0.9
3	140.122	0.00045	0.9
4	130.4	0.000484	1
5	120.531	0.000523	1.1
6	245.65	0.000257	0.8
7	126.98	0.000497	1.1
8	135.22	0.000467	0.9

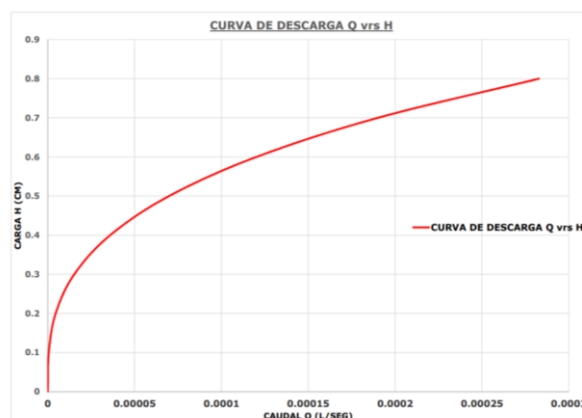
Ajuste por mínimos cuadrados:

Nº de Ensayos	Xi = Log (Q)	Yi = log(H)	xi*yi	(xi)2
1	-3.3197	-0.0969	0.3217	11.0203
2	-3.3322	-0.0458	0.1525	11.1037
3	-3.3465	-0.0458	0.1531	11.1994
4	-3.3153	0.0000	0.0000	10.9913
5	-3.2811	0.0414	-0.1358	10.7659
6	-3.5904	-0.0969	0.3479	12.8907
7	-3.3038	0.0414	-0.1368	10.9149
8	-3.3311	-0.0458	0.1524	11.0961
<b>suma</b>	<b>-26.8201</b>	<b>-0.2483</b>	<b>0.8551</b>	<b>89.9823</b>

Las ecuaciones del vertedero calibrado son:

$$Q = 0.001 (H)^{2.975}$$

$$H = 12.469 (Q)^{0.336}$$



**VERTEDERO PRESA PAMPALARAMA**

Mediciones realizadas en el modelo físico:

Nº de Ensayos	Tiempo (min)	Q medido (l/s)	H medido (cm)
1	1.002368	0.062941	0.5
2	1.002565	0.062929	0.5
3	1.00044	0.063062	0.55
4	0.009167	6.882545	0.6
5	0.008733	7.224046	0.6
6	0.00451	13.98891	0.8
7	0.005615	11.23598	0.8
8	0.004605	13.70033	0.9

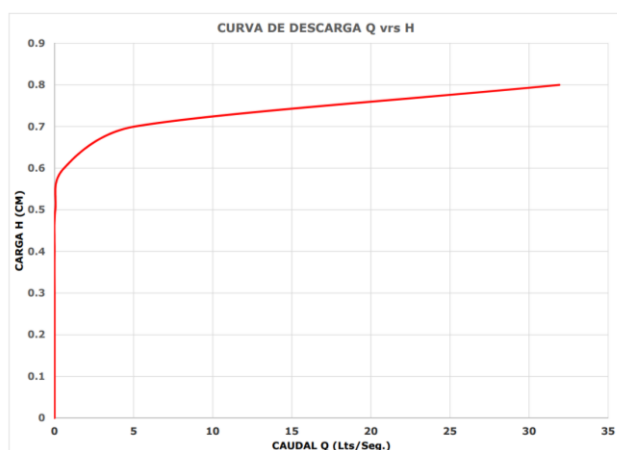
Ajuste por mínimos cuadrados:

Nº de Ensayos	Xi = Log (Q)	Yi = log(H)	xi*yi	(xi)2
1	-1.2011	-0.3010	0.3616	1.4426
2	-1.2012	-0.3010	0.3616	1.4428
3	-1.2002	-0.2596	0.3116	1.4406
4	0.8377	-0.2218	-0.1859	0.7018
5	0.8588	-0.2218	-0.1905	0.7375
6	1.1458	-0.0969	-0.1110	1.3128
7	1.0506	-0.0969	-0.1018	1.1038
8	1.1367	-0.0458	-0.0520	1.2922
<b>suma</b>	<b>1.4272</b>	<b>-1.5450</b>	<b>0.3935</b>	<b>9.4740</b>

Las ecuaciones del vertedero calibrado son:

$$Q = 690.521 (H)^{13.778}$$

$$H = 0.622 (Q)^{0.073}$$



#### 4. DISCUSIÓN (O ANÁLISIS DE RESULTADOS)

Los modelos físicos lograron cumplir con la semejanza geométrica y cinemática, como no se analizó ningún tipo de fuerza, entonces en este modelo no se aplicó la semejanza dinámica, por lo que se puede decir se consiguió un modelo distorsionado de acuerdo a la clasificación. Sin embargo este modelo permitió realizar la calibración del vertedero de excedencias a las escalas correspondiente de manera que se ha encontrado una relación de caudal versus altura de carga de vertedero.

Adicionalmente se ha podido observar el funcionamiento aproximado que puede tener el vertedero bajo diferentes condiciones de caudal. Se han sometido a variaciones de caudal desde los 5 m<sup>3</sup>/s hasta el de diseño de 15 m<sup>3</sup>/s, en el caso de la presa Pampalarama no ha presentado ningún problema en su funcionamiento, el diseño parece ser adecuado y no presenta mayores complicaciones. En el caso de Chacaltaya se ha visto que a partir de 5 m<sup>3</sup>/s se presentan diferentes problemas en el funcionamiento hidráulico. Inicialmente se ha visto

que para caudales superiores a 5m<sup>3</sup>/s se tiene desborde del canal en ciertos lugares que deben ser subsanados, también se ha visto que se presenta turbulencia a la salida del colchón hidráulico el mismo que debe ser rediseñado porque al parecer no está cumpliendo su función. EL ingreso lateral del vertedero en la presa de Chacaltaya parece ser adecuado y no presenta turbulencia alguna.

#### 5. CONCLUSION

Se ha logrado calibrar los dos vertederos de excedencias de las presas Chacaltaya y Pampalarama en el modelo físico obteniendo como resultado dos fórmulas aplicables a estos dos casos en específico.

Adicionalmente también se ha podido observar el funcionamiento hidráulico de estos modelos físicos, con lo que se ha podido inferir algunas consecuencias del mismo en los vertederos reales a construirse.

Como consecuencia de este análisis se puede concluir lo siguientes: El vertedero de excedencias de la presa de Chacaltaya debe ser rediseñado, se sugiere incrementar el ancho del canal de conducción y elevar la altura del canal y rediseñar el colchón hidráulico. En cambio, el vertedero de la presa de Pampalarama no presenta problemas hidráulicos y se puede concluir que el diseño es adecuado.

El análisis se ha enfocado en la visualización de posibles fallas o mal funcionamiento hidráulico que puede tener los vertederos de excedencias de ambas presas, aplicando las semejanzas geométricas y cinemáticas.

Para futuros trabajos de este tipo es posible también considera la aplicación de la semejanza dinámica aunque para este caso se necesitará de equipo especializado posiblemente de difícil acceso en muchos casos.

#### 6. AGRADECIMIENTOS

En primera instancia agradecer al Fondo Nacional de Inversión Productiva y Social FPS que ha posibilitado la elaboración de estos modelos físicos en sus instalaciones. También agradecer el desprendimiento de la empresa supervisora que ha

cumplido con lo propuesto de realizar un modelo físico de los vertederos de excedencias para las dos presas mencionadas, esto para verificar su funcionamiento antes de iniciar la construcción de estas estructuras.

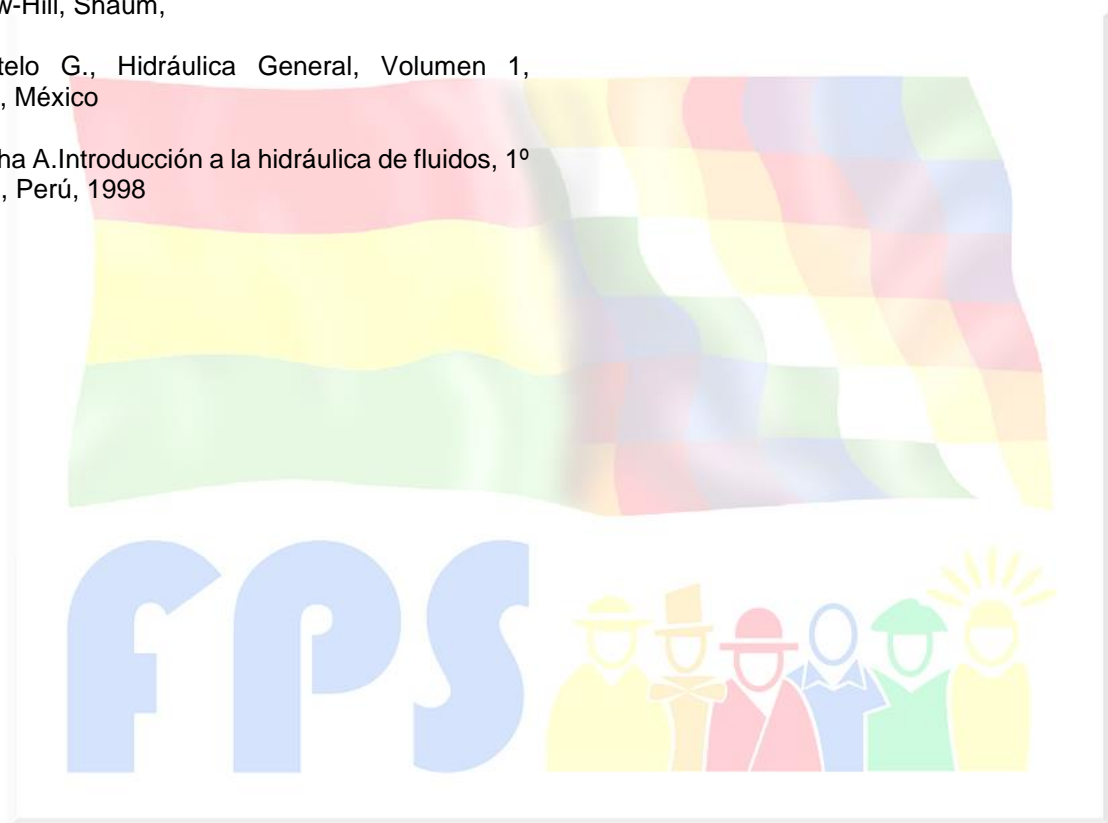
## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Ronald V. Giles, Mecánica de los Fluidos e Hidráulica, McGraw-Hill, Shaum,

[2] Novak, Estructuras hidráulicas, 2º edición, McGraw-Hill, Shaum,

[3] Sotelo G., Hidráulica General, Volumen 1, Limusa, México

[4] Rocha A. Introducción a la hidráulica de fluidos, 1º Edición, Perú, 1998



Fondo Nacional de Inversión Productiva y Social